س3

سلم تصحيح

امتحان مقرر الميكانيك ٣

٢٠١٥ - ٢٠١٦ فصل أول

[40] ج: أولاً: (ب - 1) ، (ج - 2) ، (أ - 3) - ثانياً: (أ)

ثالثاً: (ج - 1) ، (ج - 2) - رابعاً: (ب - 1) ، (ج - 2) .

[29] ج: ط1:

الرسم الصحيح إثبات الحركة السحابية وإثبات أن موضع الصفيحة يتعين بمعرفة وسيط مستقل وحيد هو الزاوية القطبية (الزاوية المركزية) المقابلة للقوس التي ترسمها A وهي θ المثبتة على الشكل. (12)

ط2: إيجاد القانون الزمني يتم وفق المراحل التالية

- الحصول على المعادلة: $\dot{\theta}^2 = \frac{g}{2a}(\cos\theta - \cos\theta_0)$ (وذلك بالتفصيل).

علماً أنه بالفرض: $\theta_0 = \theta|_{t=0} = \frac{\pi}{4}$, $\dot{\theta}|_{t=0} = 0$ (6)

- الحصول - من المعادلة السابقة - على معادلة ليجندر الناقصية (بالتفصيل):

(7) $\dot{y}^2 = \omega^2 (1-y^2)(1-\lambda^2 y^2)$

حيث:

$\omega^2 = \frac{g}{4a}$, $\lambda^2 = \sin^2 \theta_0/2 = \sin^2 \pi/8 < 1$

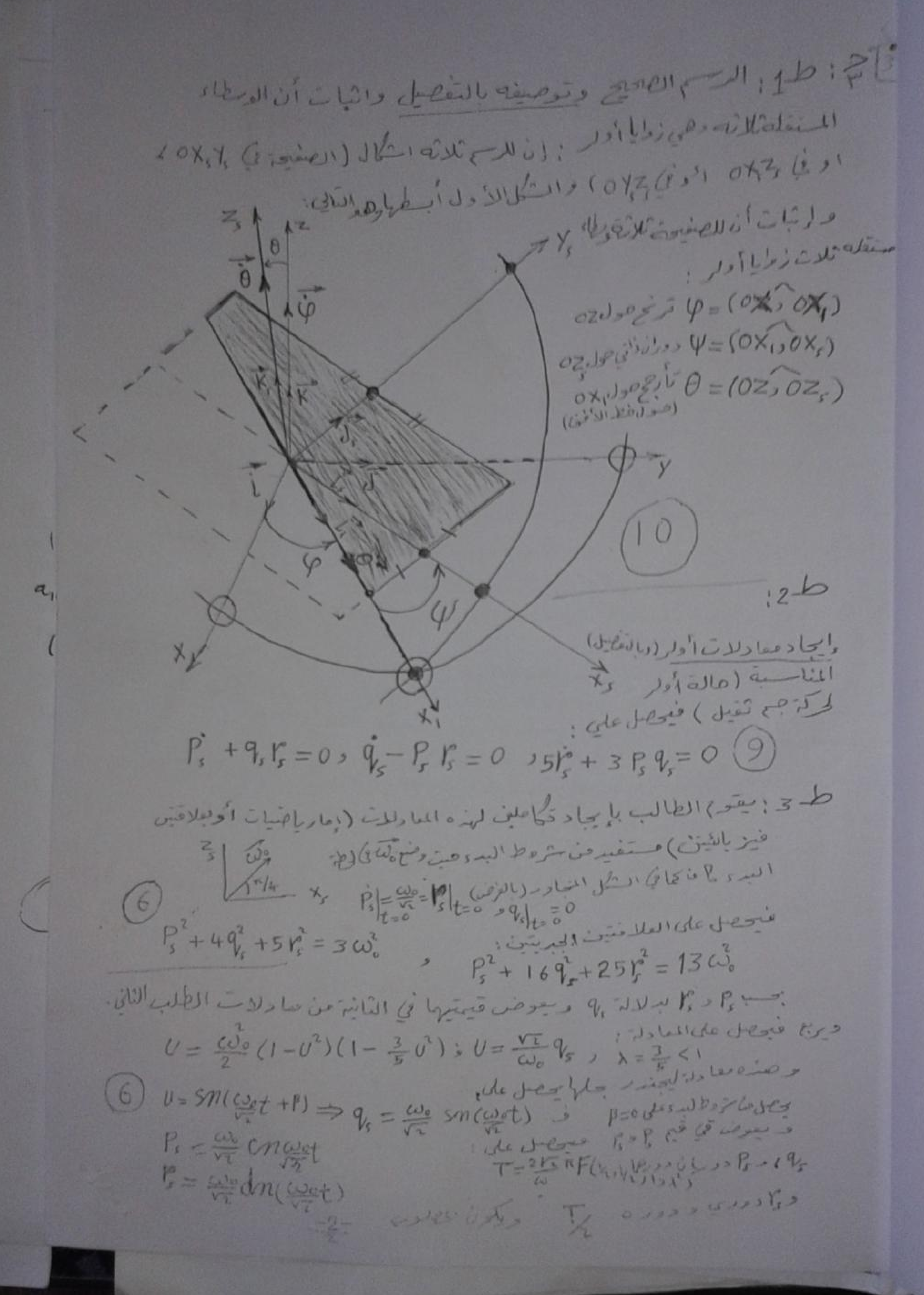
$\sin\theta/2 = y \sin\theta_0/2$

- الحصول على القانون الزمني (بالتفصيل) الذي هو:

$\sin\theta/2 = \sin\frac{\pi}{8}\, sn(\omega t + \frac{T}{4})$

الذي دوره:

(4) $T = \frac{2\pi}{\omega} F(1/2, 1/2, 1, \lambda^2) = 4\pi\sqrt{\frac{a}{g}}\, F(1/2, 1/2, 1, \lambda^2)$



ج٢: ط1: الرسم الصحيح وتوصيفه بالتفصيل واثبات أن الوسطاء المستقلة ثلاثة وهي زوايا أولر: إن للرسم ثلاثة أشكال (الصفيحة في OX_sY_s أو في OX_sZ_s أو في OY_sZ_s) والشكل الأول أبسطها وهو التالي:

ولإثبات أن للصفيحة ثلاثة وسطاء مستقلة ثلاث زوايا أولر:

$\varphi = (\widehat{OX, OX_1})$ ترنح حول OZ

$\psi = (\widehat{OX_1, OX_s})$ دوران ذاتي حول OZ_s

$\theta = (\widehat{OZ, OZ_s})$ تأرجح حول OX_1 (هو خط العقد)

(10)

ط2: إيجاد معادلات أولر (بالتفصيل) المناسبة (حالة أولر لحركة جسم ثقيل) فنحصل على:

$\dot{p}_s + q_s r_s = 0$ ، $\dot{q}_s - p_s r_s = 0$ ، $5\dot{r}_s + 3 p_s q_s = 0$ (9)

ط3: يقوم الطالب بإيجاد تكاملين لهذه المعادلات (رياضيات أو علاقتين فيزيائيتين) مستفيداً من شروط البدء حيث وضع $\vec{\omega}_0$ لحظة البدء كما في الشكل المجاور (بالزمن)

Z_s ، $\vec{\omega}_0$ ، $\pi/4$ ، X_s

(6) $p_s|_{t=0} = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} = r_s|_{t=0}$ و $q_s|_{t=0} = 0$

فنحصل على العلاقتين الجبريتين:

$p_s^2 + 4q_s^2 + 5r_s^2 = 3\omega_0^2$ ، $p_s^2 + 16q_s^2 + 25r_s^2 = 13\omega_0^2$

نحسب p_s و r_s بدلالة q_s ونعوض قيمتيهما في الثانية من معادلات الطلب الثاني ونرتب فنحصل على المعادلة:

$\dot{U}^2 = \frac{\omega_0^2}{2}(1-U^2)(1-\frac{3}{5}U^2)$; $U = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0} q_s$ ، $\lambda = \frac{3}{5} < 1$

وهذه معادلة لجاكوبي حلها يحصل على

(6) $U = sn(\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}t + \beta) \Rightarrow q_s = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} sn(\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}t)$ فـ $\beta = 0$ نحصل من شروط البدء على

ونعوض في قيم p_s ، r_s فنحصل على:

$p_s = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} cn\frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}}$

$r_s = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} dn(\frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}})$

$T = \frac{2\sqrt{5}}{\omega} \pi F(\ldots)$ دور كل من q_s ، p_s و r_s دوري ودوره $T/2$ ويكون [illegible]

كلية العلوم قسم الرياضيات	السنة الثالثة رياضيات الفصل الأول 2015 - 2016	مقرر الميكانيك3 المدة : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة التالية: (ملاحظة: يفضل الرسم بالرصاص)

السؤال الأول(40 درجة): اكتب العبارة الصحيحة على ورقة الإجابة:

أولاً- تقبل معادلة ليجندر الناقصية: $\dot{y}^2 = \omega^2(1-y^2)(1-\lambda^2 y^2)$ ، حيث $0 \le \lambda \le 1$ ، حلاً في الحالات التالية:

1) إذا كانت $\lambda = 0$ فالحل هو أ) $y = th(\omega t + \beta)$ ، ب) $y = \sin(\omega t + \beta)$ ، ج) كل ماسبق خطأ.

2)إذا كانت $\lambda = 1$ فالحل هو أ) $y = \cos(\omega t + \beta)$ ، ب) $y = \sin(\omega t + \beta)$ ، ج) $y = \pm th(\omega t + \beta)$.

3) إذا كانت $0 < \lambda < 1$ فالحل هو أ) $y = sn(\omega t + \beta)$ ، ب) $y = \cos(\omega t + \beta)$ ، ج) $y = tg(\omega t + \beta)$.

ثانياً- تتحول المعادلة $\dot{\theta}^2 = 2\omega^2(\cos\theta - \cos\alpha)$ ، حيث ω, α ثابتان معلومان و $0 < \alpha < \pi$ ، إلى ليجندر الناقصية

بإجراء التحويل التالي: أ) $\sin\frac{\theta}{2} = y \sin\frac{\alpha}{2}$ ، ب) $y^2 = \cos\theta$ ، ج) $\cos\theta = y^2 \cos\alpha$.

ثالثاً- إذا كانت S مجموعة مادية عدد نقاطها n وكتلها $m_1, m_2, \ldots, m_n$ وسرعها $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n$ فإن كمية الحركة تحسب بطريقتين: 1) طريقة التعريف وتوافقها العلاقة:

أ) $\vec{P}(S) = m_i \vec{v}_i$ ، ب) $\vec{P}(S) = \int_1^n m_i \vec{v}_i$ ، ج) $\vec{P}(S) = \sum_1^n m_i \vec{v}_i$.

2) طريقة نظرية كمية حركة مركز الكتل:

أ) $\vec{P}(S) = 2m_i \vec{v}_i$ ، ب) $\vec{P}(S) = \sum_1^n m_i \vec{v}_i \wedge \overrightarrow{OA_i}$ ، ج) $\vec{P}(S) = (\sum_1^n m_i)\vec{v}(G)$.

رابعاً- إذا كان الجسم صلباً كتلته m والجسيم العنصري dm واقع في النقطة A وسرعته $\vec{v}$ ، فإن العزم الحركي له بالنسبة لمركز عزوم معيّن، يحسب وفقاً لـ :

1) التعريف: أ) $\vec{\sigma}_O(S) = \int_S \vec{v}\, dm$ ، ب) $\vec{\sigma}_O(S) = \int_S \overrightarrow{OA} \wedge \vec{v}\, dm$ ، ج) كل ماسبق خطأ.

2) نظرية كونيغ وتوافقها العبارة:

أ) $\vec{\sigma}_O(S) = M\vec{V}(G)$ ، ب) $\vec{\sigma}_O(S) = \vec{\sigma}_G(S)$ ، ج) $\vec{\sigma}_O(S) = \vec{\sigma}_G(S) + \overrightarrow{OG} \wedge M\vec{V}_G$

السؤال الثاني(29درجة): إن الصفيحة $ABCD$ مستطيلة ومتجانسة ، طولها $|CD| = |AB| = 4a$ ، وكتلتها M ،علقناها بخيطين خفيفين متماثلين وغير قابلين للإمتطاط وطول كل منهما $4a$ حيث يصل الخيط الأول بين A والنقطة الساكنة O ويصل الثاني بين B ونقطة أخرى ساكنة O_1.إذا علمت أن O و O_1 تقعان على خط أفقي واحد وطول OO_1 يساوي $4a$ ، وأن الصفيحة تحركت في المستوي الشاقولي تحت تأثير ثقلها وفي لحظة البدء كانت سرعتها معدومة وكان منحى الخيطين يميل عن الشاقول الهابط بزاوية $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ، فالمطلوب: 1) أوجد الوسطاء المستقلة مع الرسم المناسب، 2) أوجد القانون الزمني لحركة الصفيحة.

السؤال الثالث(31درجة): إذا كانت الصفيحة المستوية S مستطيلة متجانسة طولها $2L$ وعرضها L وكتلتها m وتحركت حول مركز كتلها الثابت O، وفي لحظة البدء كانت قيمة متجه الدوران ω_0 ، وكان حامله واقعاً في مستوي تناظر الصفيحة الموازي لضلعها الكبرى ويصنع مع ناظم الصفيحة زاوية قدرها $\frac{\pi}{4}$، فالمطلوب: 1) أوجد الوسطاء المستقلة مع الرسم المناسب، 2) شكّل معادلات أولر التحريكية لحركة الصفيحة، 3) أوجد قيم p_t, q_t, r_t بدلالة الزمن.

—— تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح —— مدرس المقرر: د.كامل محمد ——

١/٢/٢٠١٦